

Algorithme de Dijkstra

Soit G un graphe connexe pondéré. On nomme $\{S_1, \dots, S_n\}$ la liste de ses sommets.
On recherche une plus courte chaîne reliant S_1 , à S_n .

- Initialisation : On affecte S_1 , du poids 0 et tous les autres sommets d'un poids infini (=).

Les sommets adjacents à S_1 , sont affectés du poids de l'arête les reliant à S_1 , ainsi que de l'étiquette « S_1 ». S_1 est maintenant traité,

Soit S le sommet affecté du poids de chaîne minimal parmi les sommets adjacents à S_1 .

- Itération : On affecte tous les sommets S_k non traités adjacents au sommet S_1 du poids P, suivant :
 $P_k = \text{poids de l'arête reliant } S_k \text{ à } S + \text{ poids affecté à } S$
si, et seulement si, P_k est inférieur au poids précédent affecté à S

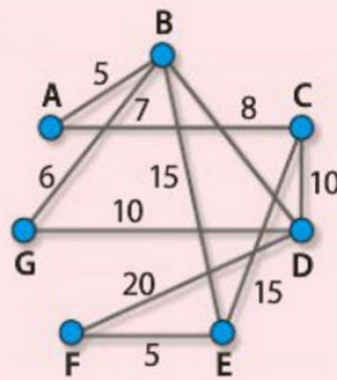
Dans ce cas, on adjoint au sommet S_k l'étiquette «S» : S est maintenant traité.

Le sommet affecté du poids de chaîne minimal est alors le nouveau sommet S.

- Conclusion : On arrête l'itération lorsque tous les sommets ont été traités.

Ex5

Le réseau de lignes d'autobus d'une ville est modélisé par le graphe ci-contre, les sommets représentant les arrêts.
Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minutes, entre deux arrêts (correspondances comprises).

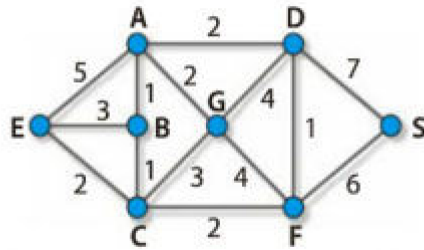


Déterminer, à l'aide d'un algorithme, la durée minimale pour aller de l'arrêt A à l'arrêt F et donner le trajet correspondant.

A	B	C	D	E	F	G	
0	inf	inf	inf	inf	inf	inf	A
x	5A	7A	inf	inf	inf	inf	B
x	x	7A	13B	20B	inf	11B	C
x	x	x	17c : 13B	22E : 20B	inf	11B	G
x	x	x	21D : 13B	20B	inf	x	D
x	x	x	x	20B	33D	x	E
x	x	x	x	x	25E	x	F

ABEF

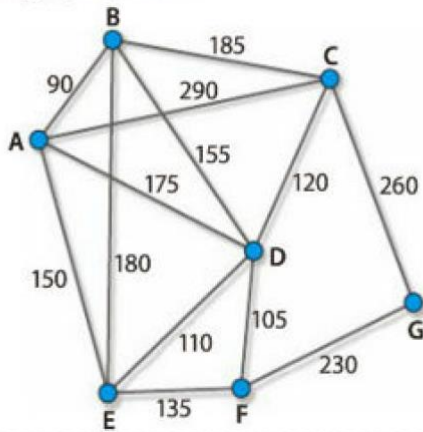
Déterminer la plus courte chaîne reliant E à S dans le graphe ci-dessous.



On veillera à justifier la réponse par un algorithme.

A	B	C	D	E	F	G	S	
inf	inf	inf	inf	0	inf	inf	inf	E
5E	3E	2E	inf	x	inf	inf	inf	C
5E	3C	x	inf	x	4C	5C	inf	B
4B	x	x	inf	x	4C	5C	inf	A
x	x	x	6A	x	4C	5C	inf	F
x	x	x	5F	x	x	5C	10F	D
x	x	x	x	x	x	5C	10F	G
x	x	x	x	x	x	x	10F	S

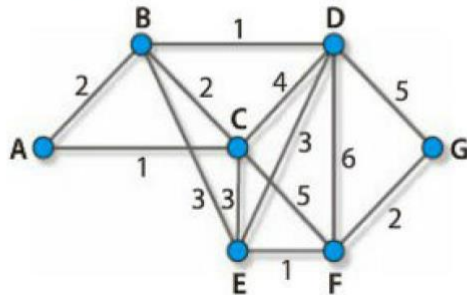
En utilisant un algorithme, déterminer le plus court chemin de A à G dans le graphe suivant :



A	B	C	D	E	F	G	
0	inf	inf	inf	inf	inf	inf	A
x	90A	290A	175A	150A	inf	inf	B - 90
x	x	275B	245B :175A	270B -150A	inf	inf	E - 150
x	x	275B	260E :175A	x	285 E	inf	D - 175
x	x	295D :275B	X	x	280 D	inf	C - 275
x	x	x	x	x	280 D	535 C	F - 280
x	x	x	x	x	x	510 F	

ADFG

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.
 Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.
 Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics.
 Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.



Proposer un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G. La réponse sera justifiée par un algorithme.

A	B	C	D	E	F	G	
0	inf	inf	inf	inf	inf	inf	A
x	2A	1A	inf	inf	inf	inf	C - 1
x	3C : 2A	x	5C	4C	6C	inf	B - 2
x	x	x	3B	5B : 4C	6C	inf	D - 3
x	x	x	x	6D : 4C	9D : 6C	8D	E - 4
x	x	x	x	x	5E	8D	F - 5
x	x	x	x	x	x	7F	G

ACEFG